

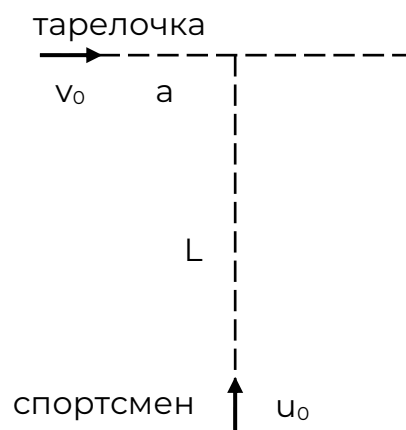
**Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников по
физике 2023-2024 гг.**

10 класс

Решения и критерии

Задание 1. Стендовая стрельба

Стендовая стрельба — это разновидность стрелкового спорта, стрельба по тарелочкам из ружья, заряженного дробью. Будем считать, что стенд, где находится спортсмен, расположен на расстоянии $L = 50$ м от вертикальной плоскости, в которой летит тарелочка (см. рисунок). Скорость дроби в момент выстрела равна $u_0 = 50$ м/с. Тарелочки запускаются с уровня земли со скоростью $v_0 = 20$ м/с под углом $\alpha = 45^\circ$ из точки, расположенной на расстоянии $a = 20$ м от перпендикуляра, проведенного из точки расположения спортсмена к плоскости полета тарелочки (см. рисунок, вид сверху). Ускорение свободного падения равно $g = 10$ м/с². Ростом спортсмена пренебречь, т.е. считайте, что выстрел из ружья производится с уровня земли.



- 1) Через какое время Δt после запуска тарелочки необходимо произвести выстрел, чтобы поразить тарелочку в верхней точке ее траектории?
- 2) Под каким углом β к горизонту необходимо произвести выстрел из ружья, чтобы поразить тарелочку в верхней точке ее траектории?

Возможное решение

Определим положение верхней точки траектории тарелочки. Дальность полета равна $v_0^2 \cdot \sin 2\alpha / g = 40$ м, поэтому верхняя точка траектории будет расположена ровно на перпендикуляре, проведенном из точки расположения спортсмена к плоскости полета тарелочки. При этом высота верхней точки траектории будет равна $H = (v_0 \cdot \sin \alpha)^2 / (2g) = v_0^2 / (4g) = 10$ м, а время полета тарелочки до этой точки составит $t_1 = (v_0 \cdot \sin \alpha) / g = \sqrt{2}$ с.

Пусть выстрел из ружья произведен через время Δt после запуска тарелочки и под углом β к горизонту. Тогда через время $t_2 = t_1 - \Delta t$ снаряд (дробь) должен оказать на высоте H , пролетев по горизонтали расстояние L . Запишем эти условия в математической форме:

$$H = u_0 \cdot \sin\beta \cdot t_2 - g \cdot t_2^2 / 2$$

$$L = u_0 \cdot \cos\beta \cdot t_2$$

Перенесем второе слагаемое в правой части первого уравнения в левую часть, а затем возведем оба уравнения в квадрат и сложим их. Получим:

$$u_0^2 \cdot t_2^2 = (H + g \cdot t_2^2 / 2)^2 + L^2 = (H^2 + L^2) + H \cdot g \cdot t_2^2 + g^2 / 4 \cdot t_2^4$$

Образовалось квадратное уравнение относительно t_2^2 :

$$t_2^4 + 4 / g^2 \cdot (H \cdot g - u_0^2) \cdot t_2^2 + 4 / g^2 \cdot (H^2 + L^2) = 0$$

$$t_2^4 - 96 \cdot t_2^2 + 104 = 0$$

Оба решения квадратного уравнения являются положительными:

$$t_2^2 = 48 \pm 10 \cdot \sqrt{22} \approx 1.1 \text{ и } 94.9 \text{ с}^2$$

$$t_2 = \sqrt{48 \pm 10 \cdot \sqrt{22}} = 1.047 \text{ и } 9.742 \text{ с}$$

Второе значение не подходит, поскольку оно больше t_1 . Значит, время задержки между выстрелом дроби и выстрелом тарелочки составляет $\Delta t = t_1 - t_2 = \sqrt{2} - \sqrt{48 - 10 \cdot \sqrt{22}} = 0.367 \text{ с}$.

Искомый угол β находится из равенства $L = u_0 \cdot \cos\beta \cdot t_2$:

$$\cos\beta = L / u_0 / t_2 = 1 / \sqrt{48 - 10 \cdot \sqrt{22}} = 0.955.$$

$$\beta = \arccos 0.955 = 17.2^\circ.$$

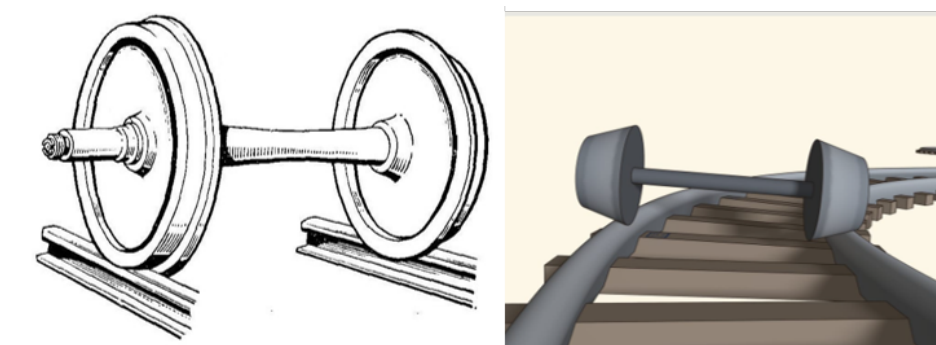
Критерии оценивания:

- 1) Обосновано, что верхняя точка траектории тарелочки находится на перпендикуляре, проведенном из точки расположения спортсмена к плоскости полета тарелочки, — 1 балл.
- 2) Определена высота верхней точки траектории тарелочки — 1 балл.
- 3) Определено время полета тарелочки до верхней точки траектории — 1 балл.
- 4) Определено время полета дроби — 3 балла.
- 5) Получен верный числовой ответ для времени задержки между выстрелом дроби и выстрелом тарелочки — 2 балла.
- 6) Получен верный числовой ответ для угла выстрела дроби (или его косинуса или синуса) — 2 балла.

Максимальный балл за задание: 10 баллов.

Задание 2. Поворот на дороге

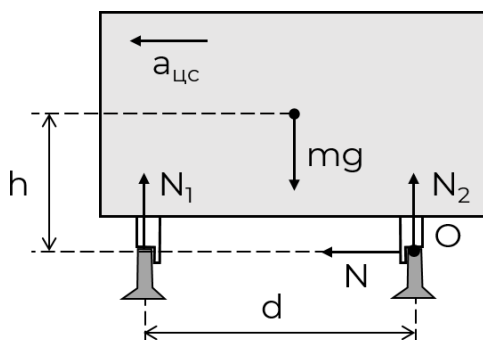
При повороте на железной дороге радиус внешнего рельса больше, чем внутреннего, а значит, и длина дуги окружности, которую должно проходить внешнее колесо, будет больше, чем путь внутреннего колеса. В автомобилях это компенсируется специальным устройством — дифференциалом, за счет которого скорости вращения правого и левого колес становятся различными. Однако в поездах колеса жестко прикреплены к оси, образуют колесную пару и всегда вращаются с одинаковыми скоростями. Поэтому, чтобы поезд мог повернуть, колеса делают конусовидной формы (на самом деле, форма намного более сложная, но в задаче мы будем использовать именно такое приближение). При повороте колесная пара смещается перпендикулярно рельсам, так что радиус окружности контакта одного колеса становится больше, а второго — меньше, и поезд поворачивает.



Предположим, что инженер Авоська сделал все колеса поезда цилиндрической формы с одинаковым радиусом. В результате этого на поворотах внутренние колеса начали пробуксовывать, а колесные пары сместились в сторону от поворота, и гребни внешних колес уперлись в рельс, так что поезд продолжает двигаться по рельсам. Рассчитайте мощность W , которую придется затрачивать локомотиву из-за пробуксовки внутренних колес и трения гребней внешних колес о рельс, для поддержания постоянной скорости в 18 км/ч на повороте с радиусом кривизны $R = 500$ м (для внутреннего рельса). Считайте, что все вагоны проходят поворот одновременно, ширина колеи (расстояние между рельсами) равна $d = 1\,520$ мм, а шириной самого рельса и высотой гребня колеса можно пренебречь. Высота центра масс поезда над железной дорогой равна $h = 2$ м. Коэффициент трения колес о рельсы составляет 0,4, а общая масса поезда $m = 1\,000$ тонн. Силой сопротивления воздуха и трением качения пренебречь. При решении задачи можно считать, что R много больше, чем d и h . Ускорение свободного падения равно 10 м/с².

Возможное решение

Для того, чтобы рассчитать искомую мощность, развиваемую локомотивом, необходимо найти силу трения $F_1 = \mu N_1$, вызванную пробуксовкой колес, и силу трения $F_2 = \mu N$, вызванную давлением гребня колеса на рельс (см. рисунок).



Центростремительное ускорение сообщается только силой N , поэтому сила трения гребня внешнего колеса о рельс равна $F_2 = \mu N = \mu m v^2 / (R + d) \approx \mu m v^2 / R$.

Запишем правило моментов относительно оси O , проходящей через точку контакта внешнего колеса с рельсом: $N_1 d - mgd/2 + ma_{цс}h = 0$.

Выразим N_1 и найдем силу трения $F_1 = \mu N_1 = \mu(mgd/2 - ma_{цс}h/d) \approx \mu m(gd/2 - v^2h / (Rd))$.

Дополнительная развиваемая локомотивом мощность равна мощности обеих сил трения, которые равны произведению сил трения на скорости движения точек колеса относительно рельса. Скорость проскальзывания внутреннего колеса равна разности скоростей осей внешнего и внутреннего колес: $v_1 = v * (R + d) / (R + d/2) - v * R / (R + d/2) \approx vd / R$. Скорость движения гребня внешнего колеса относительно рельса равна v в силу того, что высотой гребня колеса можно пренебречь.

Тогда дополнительная мощность равна $W = F_1 v_1 + F_2 v \approx \mu m v (gd/2R - v^2h/R^2) + \mu m v^3/R = \mu m v g d/2R + \mu m v^3/R * (1 - h/R) \approx \mu m v/R * (gd/2 + v^2) = 130 \text{ кВт}$.

Замечание 1. Кроме дополнительной мощности, которую придется затрачивать локомотиву, подвижные составы с цилиндрическими колесами столкнутся с более быстрым износом колес.

Замечание 2. При реальном строительстве железных дорог обычно еще дополнительно повышают высоту внешнего рельса, для того чтобы компенсировать влияние нормального ускорения.

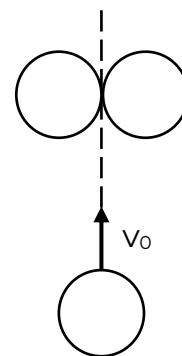
Критерии оценивания:

- 1) Приведен верный рисунок, на котором правильно расставлены все силы, — 1 балл.
- 2) Верно составлено уравнение моментов — 2 балла.
- 3) Верно найдена сила трения скольжения (либо сила реакции опоры) внутреннего колеса — 2 балла.
- 4) Верно найдена сила трения гребня внешнего колеса — 1 балл.
- 5) Верно найдена мощность силы трения скольжения внутреннего колеса — 2 балла.
- 6) Верно найдена мощность силы трения гребня внешнего колеса — 1 балл.
- 7) Вычислено верное числовое значение для мощности локомотива — 1 балл.

Максимальный балл за задание: 10 баллов.

Задание 3. Тройное столкновение

Бильярдный шар, движущийся со скоростью v_0 по горизонтальному столу, попадает в два таких же покоящихся бильярдных шара, расположенных вплотную друг к другу, причем вектор скорости налетающего шара проходит через точку соприкосновения покоящихся шаров (см. рисунок). Сопротивлением воздуха и трением о поверхность стола пренебречь. Соударения считать упругими.



- 1) С какой скоростью после соударения будут двигаться бильярдные шары?
- 2) Какой угол разлета (угол между векторами скоростей) будет у покоящихся шаров после соударения?

Возможное решение

Поскольку вектор скорости налетающего шара проходит через точку соприкосновения двух шаров, то одновременно произойдут соударения всех шаров, причем выполняется закон сохранения импульса и энергии.

Представим два покоящихся шара как один «обобщенный» шар массой $2m$. Пусть скорости после соударения равны v у налетающего шара и v' у

«обобщенного» шара. Эти скорости с очевидностью будут направлены вдоль вектора скорости v_0 . Запишем ЗСИ и ЗСЭ:

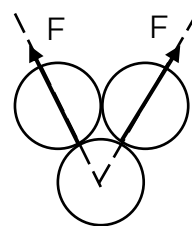
$$mv_0 = mv + 2mv', \quad mv_0^2/2 = mv^2/2 + 2mv'^2/2$$

Выразим v из ЗСИ и подставим в ЗСЭ, получим квадратное уравнение относительно v' :

$$v_0^2 = (v_0 - 2v')^2 + 2v'^2 = v_0^2 + 4v'^2 - 4v_0v' + 2v'^2 = v_0^2 + 6v'^2 - 4v_0v',$$

откуда $v' = 2v_0 / 3$. Следовательно, $v = v_0 - 2v' = -v_0 / 3$, т.е. налетающий бильярдный шар после соударения покатится назад.

Для ответа на второй вопрос задания рассмотрим действующие силы в момент соударения (см. рисунок). Поскольку шары одинакового размера, то угол между силами, действующими на левый и правый шары, равен 60° . При этом сразу же после соударения левый и правый шары перестанут касаться друг друга, т.е. они друг на друга не действуют.



Поэтому итоговый импульс изначально покоящихся шаров будет определяться исключительно импульсом силы со стороны налетающего шара, следовательно, угол разлета шаров составит 60° .

Определим скорости изначально покоящихся шаров после соударения. Очевидно, что их скорости будут одинаковыми, обозначим их как u . Тогда проекция скорости u на направление движения налетающего шара должна быть равна v' , т.е. $u \cdot \cos 30^\circ = v' = 2v_0 / 3$. Следовательно, $u = 4v_0 / 3\sqrt{3}$.

Критерии оценивания:

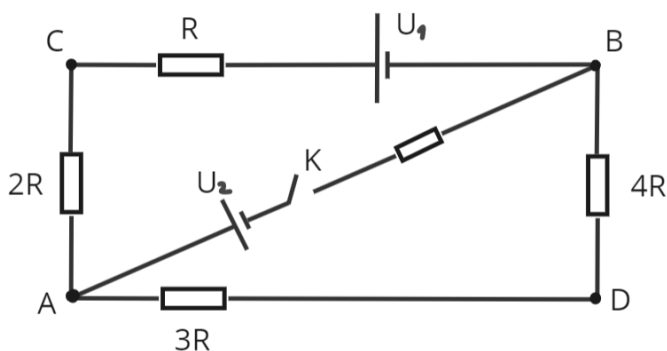
- 1) Сделан верный и обоснованный вывод о направлении движения шаров после соударения — 2 балла.
- 2) Применен закон сохранения импульса — 2 балла.
- 3) Применен закон сохранения энергии — 2 балла.
- 4) Верно определено значение скорости налетающего шара после столкновения — 2 балла. Если не указано направление скорости или неверно указано направление, но абсолютное значение найдено верно — 1 балл.
- 5) Верно определена скорость левого и правого шаров после столкновения — 1 балл.
- 6) Верно определен угол разлета изначально покоящихся шаров — 1 балл.

Максимальный балл за задание: 10 баллов.

Задание 4. Что покажет?

Экспериментатор Глюк собрал электрическую цепь, представленную на рисунке, состоящую из резисторов сопротивлением $R = 1 \text{ кОм}$, $2R$, $3R$, $4R$, двух идеальных источников с напряжением U_1 , $U_2 = 3 \text{ В}$ и ключа K . Затем он стал подключать к этой цепи различные идеальные приборы. Когда он подключил к точкам A и B вольтметр (при разомкнутом ключе), прибор показал $U_{V1} = 7 \text{ В}$.

Затем он переподключил вольтметр к точкам C и D и замкнул ключ. Что показал вольтметр в этом случае?



Затем он подключил амперметр между точками A и B . Что теперь показал вольтметр?

Возможное решение

1. При разомкнутом ключе сила тока, текущая в цепи, равна $I = \frac{U_1}{10R}$. Тогда вольтметр будет показывать напряжение на резисторах $3R$ и $4R$, которое равно $U_{V1} = I \times 7R = \frac{U_1}{10R} \times 7R = 0,7U_1$. Отсюда $U_1 = \frac{10}{7}U_{V1} = 10 \text{ В}$.

2. После замыкания ключа и подключения вольтметра к точкам C и D воспользуемся методом потенциалов. Возьмем потенциал в точке B равным 0 . Примем силу тока, текущую через источник 1 , равной I_1 (в направлении от B к C), а текущую через источник 2 — I_2 (в направлении от A к B). Тогда через резисторы $3R$ и $4R$ будет идти ток $I_1 - I_2$. Распишем разность потенциалов между точками A и B разными способами. Получим систему уравнений:

$$U_1 - 3I_1R = U_2 + I_2R.$$

$$U_1 - 3I_1R = (I_1 - I_2) \times 7R$$

Откуда найдем: $I_1 = \frac{8U_1 - 7U_2}{37R} = 1,9 \text{ мА}$, $I_2 = \frac{-49U_1 + 70U_2}{-217R} = 1,3 \text{ мА}$.

3. Вольтметр показывает разность потенциалов между точками С и D:

$$U_{V2} = 4(I_1 - I_2)R - (U_1 - I_1 R) = -5,7 \text{ В.}$$

4. После подключения амперметра к точкам А и В незакороченными останутся только резисторы R и 2R. Тогда его показания будут равны:

$$I_A = \frac{U_1}{3R} = 3,3 \text{ мА.}$$

Критерии оценивания:

- 1) Найдена сила тока при разомкнутом ключе — 1 балл.
- 2) Найдено напряжение U_1 — 2 балла.
- 3) Записаны уравнения для нахождения сил токов в ветвях цепи при замкнутом ключе — 3 балла.
- 4) Найдены показания вольтметра при подключении к точкам С и D — 2 балла.
- 5) Найдены показания вольтметра при подключении к точкам А и В — 2 балла.

Максимальный балл за задание: 10 баллов.

Задание 5. Нагревание воды

Юный экспериментатор Саша проводил измерения температуры воды в кастрюле при нагревании ее на плите. Результаты измерений он записал в таблицу.

t, с	T, °C	t, с	T, °C	t, с	T, °C
0	20,0	95	52,2	185	79,1
30	30,6	120	60,0	210	86,0
35	32,3	125	61,5	215	87,4
60	40,8	150	69,0	240	94,0
65	42,5	155	70,5	245	95,3
90	50,6	180	77,7		

Мощность плиты составляет $P = 2 \text{ кВт}$ (при этом только $g = 80\%$ энергии уходит на нагрев воды и кастрюли), удельная теплоемкость воды $c_v = 4200 \text{ Дж/(кг} \cdot ^\circ\text{C)}$, теплоемкость кастрюли $C_k = 230 \text{ Дж/}^\circ\text{C}$. Считайте, что температура воды в кастрюле и температура кастрюли в любой момент времени одинаковые, а температура воздуха остается постоянной и равной $T_0 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$. Считайте, что мощность теплопередачи через поверхность воды и кастрюли определяется

исключительно разностью температур с обеих сторон от поверхности, а коэффициент теплопередачи через поверхность воды и через поверхность кастрюли один и тот же.

По имеющимся данным, а также путем построения графика определите:

- 1) массу воды m_v в кастрюле,
- 2) коэффициент теплопередачи α через поверхность воды и кастрюли (измеряется в Вт/°C).

Возможное решение

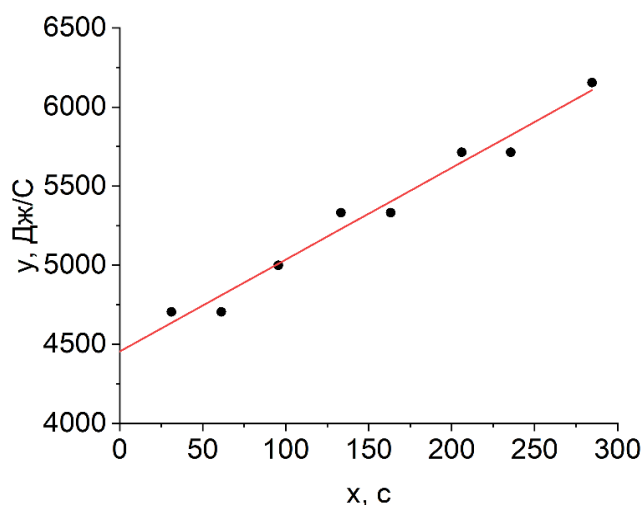
Запишем уравнение теплового баланса для небольшого интервала времени Δt (энергия от плиты тратится на нагрев воды и кастрюли, а также на передачу энергии через поверхность воды и кастрюли):

$$gP \cdot \Delta t = (c_v \cdot m_v + C_k) \cdot \Delta T + \alpha \cdot (T - T_0) \cdot \Delta t$$

Обозначим $y = gP \cdot \Delta t / \Delta T$, $x = (T - T_0) \cdot \Delta t / \Delta T$, где T — текущая температура воды (например, 30°C), а ΔT — изменение температуры за небольшой интервал времени (будем использовать только интервалы $\Delta t = 5$ с). Тогда $y = \alpha \cdot x + b$, где $b = c_v \cdot m_v + C_k$.

Рассчитаем пары значений (x, y) и построим график $y(x)$. Коэффициентом наклона линейного графика и будет величина α , а пересечение графика с вертикальной осью даст $b = c_v \cdot m_v + C_k$, откуда можно определить массу воды.

x, c	$y, Дж/°C$	x, c	$y, Дж/°C$
31,2	4706	163,3	5333
61,2	4706	206,1	5714
95,6	5000	235,7	5714
133,3	5333	284,6	6154



Уравнение прямой: $y = (4456 \pm 67) + (5,8 \pm 0,4) \cdot x$

Следовательно, $\alpha = 5,8 \pm 0,4 \text{ Вт/}^\circ\text{С}$, $b = c_v \cdot m_v + C_k = 4456 \pm 67 \text{ Вт/}^\circ\text{С}$, откуда $m_v = (b - C_k) / c_v = 1,00 \pm 0,05 \text{ кг}$.

В данной задаче верными значениями искомых величин необходимо считать значения из следующих интервалов: $\alpha = [5,4; 6,2] \text{ Вт/}^\circ\text{С}$, $m_v = [0,95; 1,05] \text{ кг}$.

Критерии оценивания:

- 1) Записано уравнение теплового баланса — 1 балл. Если в уравнении теплового баланса отсутствует слагаемое, описывающее теплопередачу через поверхность воды и кастрюли, — 0 баллов.
- 2) Выведена линейная зависимость, рассчитываемая из измеренных данных — 1 балл.
- 3) Пояснено, как по построенному графику или путем алгебраических расчетов определить требуемые значения — 1 балл.
- 4) Проведен расчет x и y — 1 балл.
- 5) Построен график $y(x)$ — 2 балла.
- 6) Верно определено значение коэффициента теплопередачи через поверхность — 2 балла.
- 7) Верно определена масса воды в кастрюле — 2 балла.

Максимальный балл за задание: 10 баллов.

Максимальный балл за олимпиаду: 50 баллов.